

A - Základní údaje

Návrh projektu do veřejné soutěže ve výzkumu, experimentálním vývoji a inovacích na podporu grantových projektů základního výzkumu pro Standardní projekty na rok 2020 (dále jen projekt)

Registrační číslo 20-01074S
Datum zahájení 1.1.2020 **Doba řešení (v letech)** 3
Název projektu česky Adaptivní metody pro numerické řešení parciálních diferenciálních rovnic: analýza, odhady chyb a iterativní řešiče
Název projektu anglicky Adaptive methods for the numerical solution of partial differential equations: analysis, error estimates and iterative solvers
Hlavní panel P201 - Matematika
Klíčová slova česky numerické řešení; parciální diferenciální rovnice; adaptivní metody; iterační metody; odhady chyb; algebraické chyby; hp-metody; anizotropní sítě
Klíčová slova anglicky numerical solution; partial differential equations; adaptive methods; iterative methods; error estimates; algebraic errors; hp-methods; anisotropic meshes

Navrhovatel a uchazeč

Jméno a příjmení		Rodné číslo	
E-mail		Telefon	
ORCID	0000-0001-6356-934X		
SCOPUS ID	6701920173	Researcher ID	C-2153-2017
Organizace	Univerzita Karlova, Matematicko-fyzikální fakulta		
Sídlo	Ovocný trh 5, Praha	IČO	00216208

Spolunavrhovatel a spoluuchazeč - 1

Jméno a příjmení		Rodné číslo	
E-mail		Telefon	
ORCID	0000-0002-3054-5306		
SCOPUS ID	19338029300	Researcher ID	D-5142-2014
Organizace	Matematický ústav AV ČR, v.v.i.		
Sídlo	Žitná 609/25, Praha 1	IČO	67985840

Abstrakt česky

Projekt se zabývá numerickým řešením několika typů parciálních diferenciálních rovnic (PDR) popisující různé praktické jevy a problémy. Cílem je vývoj spolehlivých a efektivních numerických metod umožňující získání přibližného řešení v rámci dané tolerance za použití minimálního počtu aritmetických operací. Celý proces zahrnuje návrh a analýzu diskretizačních schémat včetně vhodných řešičů pro příslušné soustavy algebraických rovnic, aposteriorní odhady chyby zahrnující algebraické chyby a adaptivní metody vyvažující různé zdroje chyb. Zaměříme se na použití adaptivních metod vysokého řádu přesnosti, které umožňují značně snížit počet stupňů volnosti nutných k dosažení dané chybové tolerance. Adaptivní zjemňování sítí musí též brát v potaz vlastnosti výsledných soustav algebraických rovnic. Očekávanými výsledky tohoto projektu jsou adaptivní spolehlivé a efektivní metody pro řešení uvažovaných typů parciálních diferenciálních rovnic.

Cíle projektu česky

- numerická analýza diskretizačních metod
- odhady chyby zahrnující algebraické chyby
- vývoj a analýza efektivních algebraických řešičů pro diskretizace vyšších řádů a adaptivně zjemněné sítě
- vývoj adaptivních metod vyvažující jednotlivé typy chyb

Abstrakt anglicky

The project deals with the numerical solution of several types of partial differential equations (PDEs) describing various practical phenomena and problems. The aim is to develop reliable and efficient numerical methods allowing to obtain approximate solutions of PDEs under the given tolerance using a minimal number of arithmetic operations. The whole process includes the proposals and analysis of discretization schemes together with suitable solvers for the solution of arising algebraic systems, a posteriori error estimation including algebraic errors and adaptive techniques balancing various error contributions. We focus on the use of adaptive higher-order schemes which allow to reduce significantly the number of necessary degrees of freedom required for the achievement of the prescribed accuracy. The adaptive mesh refinement must also take into account the properties of the resulting algebraic systems. The expected outputs of this projects are adaptive reliable and efficient numerical methods for the solution of the considered types of PDEs.

Cíle projektu anglicky

- numerical analysis of discretization schemes
- error estimates including the algebraic errors
- development and analysis of efficient algebraic solvers for higher-order methods and adaptively refined meshes
- development of adaptive schemes balancing the particular error contributions

Klasifikace CEP

Zařazení do CEP

BA - Obecná matematika

Obory OECD

Applied mathematics

Přihlášení se k prioritám

Část B - Finanční prostředky celkem

Částky jsou uváděny v Kč.

Celkové způsobilé náklady na řešení projektu ze všech zdrojů financování

	1. rok	2. rok	3. rok	Celkem
Celková dotace poskytovatele na projekt	4 278 tis	4 241 tis	4 241 tis	12 760 tis
Podpora z ostatních veřejných zdrojů (tuzemských i zahraničních)	297 tis	297 tis	297 tis	891 tis
Podpora z neveřejných zdrojů (vlastní prostředky, soukromé dotace)	0 tis	0 tis	0 tis	0 tis
Způsobilé náklady ze všech zdrojů financování	4 575 tis	4 538 tis	4 538 tis	13 651 tis
Míra podpory u poskytovatele	93,47 %			

Rozdělení dotace na řešení projektu

Rozdělení ostatních zdrojů na řešení projektu

	1. rok	2. rok	3. rok	Celkem		1. rok	2. rok	3. rok	Celkem
Věcné náklady	1 420 tis	1 383 tis	1 383 tis	4 186 tis	Věcné náklady	0 tis	0 tis	0 tis	0 tis
Osobní náklady	2 858 tis	2 858 tis	2 858 tis	8 574 tis	Osobní náklady	297 tis	297 tis	297 tis	891 tis
Investiční náklady	0 tis	0 tis	0 tis	0 tis	Investiční náklady	0 tis	0 tis	0 tis	0 tis
Celkem	4 278 tis	4 241 tis	4 241 tis	12 760 tis	Celkem	297 tis	297 tis	297 tis	891 tis

Uchazeč - Část B - finanční prostředky

Jméno a příjmení prof. RNDr. Vít Dolejší Ph.D., DSc

Organizace Univerzita Karlova, Matematicko-fyzikální fakulta

Částky jsou uváděny v Kč.

Celkové způsobilé náklady na řešení projektu ze všech zdrojů financování

	1. rok	2. rok	3. rok	Celkem
Celková dotace poskytovatele na projekt	2 085 tis	2 085 tis	2 085 tis	6 255 tis
Podpora z ostatních veřejných zdrojů (tuzemských i zahraničních)	176 tis	176 tis	176 tis	528 tis
Podpora z neveřejných zdrojů (vlastní prostředky, soukromé dotace)	0 tis	0 tis	0 tis	0 tis
Způsobilé náklady ze všech zdrojů financování	2 261 tis	2 261 tis	2 261 tis	6 783 tis
Míra podpory u poskytovatele	92,22 %			

Rozdělení dotace na řešení projektu

Rozdělení ostatních zdrojů na řešení projektu

	1. rok	2. rok	3. rok	Celkem		1. rok	2. rok	3. rok	Celkem
Věcné náklady	727 tis	727 tis	727 tis	2 181 tis	Věcné náklady	0 tis	0 tis	0 tis	0 tis
Osobní náklady	1 358 tis	1 358 tis	1 358 tis	4 074 tis	Osobní náklady	176 tis	176 tis	176 tis	528 tis
Investiční náklady	0 tis	0 tis	0 tis	0 tis	Investiční náklady	0 tis	0 tis	0 tis	0 tis
Celkem	2 085 tis	2 085 tis	2 085 tis	6 255 tis	Celkem	176 tis	176 tis	176 tis	528 tis

Uchazeč - Část B - rozpis finančních položek

V této části návrhu se vyplňuje požadovaná dotace od GAČR

Dotace na věcné náklady

	1. rok	2. rok	3. rok	Celkem
Materiální náklady	10 tis	10 tis	10 tis	30 tis
Cestovní náklady	200 tis	200 tis	200 tis	600 tis
Náklady na ostatní služby a nemateriální náklady	100 tis	100 tis	100 tis	300 tis
Doplňkové (režijní) náklady	417 tis	417 tis	417 tis	1 251 tis
Celkem	727 tis	727 tis	727 tis	2 181 tis

Dotace na osobní náklady (souhrn)

	1. rok	2. rok	3. rok	Celkem
Mzdy odborných pracovníků	936 tis	936 tis	936 tis	2 808 tis
Mzdy dalších (tech.) pracovníků	0 tis	0 tis	0 tis	0 tis
Odměny z DPP/DPČ	90 tis	90 tis	90 tis	270 tis
Sociální a zdravotní pojištění a SF (FKSP)	332 tis	332 tis	332 tis	996 tis
Celkem	1 358 tis	1 358 tis	1 358 tis	4 074 tis

Dotace na pořízení investic

		1. rok		2. rok		3. rok	
Investice	Poř. cena	Poř./Odp.	Využití	Poř./Odp.	Využití	Poř./Odp.	Využití
Celkem dotace na investice		0 tis		0 tis		0 tis	

Rozpis mzdových nákladů a odměn DPP/DPČ hrazených z dotace pro všechny roky řešení

Kat.	Jméno		Úvazek/1. rok Dotace	Úvazek/2. rok Dotace	Úvazek/3. rok Dotace
-	Vít	Dolejší	0,30	0,30	0,30
	Úkoly č.: T1.2, T1.3, T2.5, T2.6, T3.1, T4.1, T4.6, koordinace projektu		216 tis	216 tis	216 tis
-	Miloslav	Feistauer	0,20	0,20	0,20
	Úkoly č.: T1.1, T2.1, T2.2, T4.6		144 tis	144 tis	144 tis
-	Petr	Knobloch	0,10	0,10	0,10
	Úkoly č.: T1.4, T2.4, T4.6		72 tis	72 tis	72 tis
-	Petr	Tichý	0,20	0,20	0,20
	Úkoly č.: T1.2, T3.1, T4.2, T4.3, T4.4, T4.6		132 tis	132 tis	132 tis
-	Václav	Kučera	0,20	0,20	0,20
	Úkoly č.: T2.3, T2.4, T4.6		120 tis	120 tis	120 tis
-	Miloslav	Vlasák	0,15	0,15	0,15
	Úkoly č.: T1.1, T2.1, T2.5, T4.6		72 tis	72 tis	72 tis
-	Scott	Congreve	0,20	0,20	0,20
	Úkoly č.: T1.1, T2.1, T2.5, T2.6, T4.1, T4.6		96 tis	96 tis	96 tis
postdok	Filip	Roskovec	0,20	0,20	0,20
	Úkoly č.: T1.3, T2.6, T4.1, T4.6, programování		84 tis	84 tis	84 tis
student	Lukáš	Vacek	150,0 hod	150,0 hod	150,0 hod
	Úkoly č.: T2.3, T2.4, T4.6, programování		30 tis	30 tis	30 tis
student	Ondřej	Bartoš	150,0 hod	150,0 hod	150,0 hod
	Úkoly č.: T1.2, T2.5, T4.1, T4.6		30 tis	30 tis	30 tis
student	Student 1		100,0 hod	100,0 hod	100,0 hod
	Úkoly č.: T2.5, T2.6, T4.1, T4.6, programování		20 tis	20 tis	20 tis
-	Hana	Orosová	40,0 hod	40,0 hod	40,0 hod
	administrace projektu		10 tis	10 tis	10 tis

Uchazeč - Část B - finanční prostředky

Specifikace a zdůvodnění nákladů pro 1. rok řešení

Materiální náklady

Požadovaná částka 10 tis. Kč pokrývá náklady na nákup odborné literatury, kancelářských potřeb a tonerů k tiskárnám.

V roce 2020 plánujeme zakoupení 2 knih souvisejících s řešením grantu:

Sun, Jiguang; Zhou, Aihui: Finite element methods for eigenvalue problems. Monographs and Research Notes in Mathematics. CRC Press, Boca Raton, FL, 2017. xxii+343 pp. ISBN: 978-1-4822-5464-8

Uzunca, Murat: Adaptive discontinuous Galerkin methods for non-linear reactive flows.

Lecture Notes in Geosystems Mathematics and Computing. Birkhäuser/Springer, [Cham], 2016. ix+105 pp. ISBN: 978-3-319-30129-7; 978-3-319-30130-3

Odhadovaná částka 100 EUR za jednu knihu. Zbýlých 5 tis. Kč je plánováno na kancelářský materiál.

Cestovní náklady

Za účelem prezentace výsledků grantu pokládáme za přiměřené, aby se členové týmu prezentovali dosažené výsledky během roku jedné až dvou mezinárodních konferencí v zahraničí nebo v ČR a případně absolvovali jednu cestu do zahraničí za účelem spolupráce se zahraničními partnery.

S ohledem na zkušenosti z minulých let, lze odhadnout náklady na jednu osobu a jednu akci přibližně na 30 - 40 tis. Kč, což odpovídá přibližně 6-7 cestám. Cestovné na konference se počítá bez vložného, které se účtuje v položce Služby.

V roce 2020 plánujeme prezentovat výsledky projektu na těchto konferencích:

- Algoritmy 2020, Conference on Scientific Computing, Slovakia, odhadované náklady 20 tis. Kč.
- GAMM Workshop on Applied and Numerical Linear Algebra, Germany, odhadované náklady 35 tis. Kč.
- Finite Volumes for Complex Applications IX, June 15-19, 2020 in Bergen, Norway, odhadované náklady 35 tis. Kč.
- ICOSAHOM 2020 - International Conference on Spectral and High Order Methods, Vienna, July 2020, odhadované náklady 30 tis. Kč.
- ESCO 2020, European Seminar on Computation, June, 2020, odhadované náklady 10 tis. Kč.
- PANM 2020 - Programms and algorithms of numerical mathematics, Dolní Maxov, odhadované náklady 5 tis. Kč.

Přesné náklady na cesty nelze přesně odhadnout, jednak některé konference pořádané v roce 2020 nemají zveřejněny náklady a také nelze dopředu určit, zda-li budou získány i jiné prostředky na cesty.

Dále předpokládáme následující cesty členů týmu na RWTH Aachen (Dolejší), TU Berlin (P. Tichý), Univ. Stuttgart (Feistauer), cca 15 tis. Kč na jednu cestu, část pobytových nákladů pokryje zvučí strana.

Část prostředků bude také použita na podporu návštěv zahraničních spolupracovníků na MFF UK, konkrétně M. Vohralík (INRIA) a P. Solin (University of Nevada), cca 10 tis. Kč na jednu akci.

CELKEM: 200 tis. Kč

Podobné náklady předpokládáme i v dalších letech řešení projektu.

Náklady na ostatní služby a nemateriální náklady

Většina prostředků bude použita na úhradu konferenčních poplatků konferencí, kde budou prezentovány výsledky dosažené v rámci řešení projektu. Přesné částky na rok 2020 nejsou známy, s ohledem na zkušenosti z minulých let počítáme s částkou cca 20 tis. Kč na osobu, studenti získávají obvykle slevu.

Konkrétně pak:

- Algoritmy 2020, Conference on Scientific Computing, Slovakia, odhadované náklady 18 tis. Kč.
- GAMM Workshop on Applied and Numerical Linear Algebra, Germany, odhadované náklady 20 tis. Kč.
- Finite Volumes for Complex Applications IX, June 15-19, 2020 in Bergen, Norway, odhadované náklady 20 tis. Kč.
- ICOSAHOM 2020 - International Conference on Spectral and High Order Methods, Vienna, July 2020, odhadované náklady 20 tis. Kč.
- ESCO 2020, European Seminar on Computation, June, 2020, cca 15 tis. Kč.
- PANM 2020 - Programms and algorithms of numerical mathematics, Dolní Maxov, cca 5 tis. Kč.

Menší část prostředků se použije na úhradu bankovních poplatků, případně DPH poplatky za ubytování zahraničních hostů. Jiné služby či nemateriální náklady nejsou plánovány. Odhad 2 tis. Kč

CELKEM: 100 tis. Kč

Podobné náklady předpokládáme i v dalších letech řešení projektu.

Osobní náklady

Hlavní navrhovatel bude věnovat projektu 30 procent své kapacity, ostatní řešitelé pak 10 - 20 procent. Z platů jednotlivých členů, které jsou dány jejich pozicí, tak vychází požadavky na osobní náklady jednotlivých členů týmu:

V. Dolejší 216 tis. (plus dalších 72 tis. bude pokryto z příspěvku MFF UK), pozice AP4 (profesor)
M. Feistauer 144 tis. (plus dalších 48 tis. bude pokryto z příspěvku MFF UK), pozice AP4 (profesor)
P. Knobloch 72 tis. (plus dalších 9.6 tis. bude pokryto z příspěvku MFF UK), pozice AP3 (docent)
P. Tichý 132 tis., pozice AP3 (docent)
V. Kučera 120 tis., pozice AP3 (docent)
M. Vlasák 72 tis., pozice AP2 (odborný asistent)
S. Congreve 96 tis., pozice AP2 (odborný asistent)
F. Roskovec 84 tis., pozice VP1 (postdock) (F. Roskovec je aktuálně student Ph.D. studijního programu na MFF UK, očekávaná obhajoba září 2019, hlavní náplní práce na projektu je vývoj používaného softwaru a zaučování studentů pro práci s tímto softwarem)
Celkem 936 tis. Kč.

Spolufinancování osobních nákladů z prostředků MFF UK je 130 tis. Kč na rok.

Zákonné odvody hrazené z dotace (35.5%) činí celkem 332 tis. Kč za rok.

Dalších 46 tis. Kč zákonných odvodů bude ročně hrazeno z prostředků MFF UK v rámci spolufinancování.

Spolufinancování je tedy $130+46=176$ tis. Kč za rok.

Odměny z DPP:

L. Vacek 30 tis, DPP, Ph.D. student

O. Bartoš 30 tis, DPP, Ph.D. student

Student1 25 tis, DPP, Ph.D. student (vhodným kandidátem je Ivan Gálffy, který bude obhajovat diplomovou práci v roce 2019)

H. Orosová, 10 tis, DPP, administrace projektu

Stejně náklady předpokládáme i v dalších letech řešení projektu.

Investiční náklady

investiční náklady nejsou plánovány

Uchazeč - Část D2 - bibliografie

Úplné bibliografické údaje o nejvýznamnějších výsledcích vědecké a výzkumné činnosti definovaných v Metodice hodnocení výsledků výzkumu a vývoje

Výsledek	Kód výsledku	Databaze	Citací	Impaktní faktor
	Podíl na publikaci			
1 V. Dolejší, M. Feistauer: Discontinuous Galerkin method. Analysis and applications to compressible flow. Springer Series in Computational Mathematics, 48. Springer, Cham, 2015. xiv+572 pp	B	Jiná	79	
	citace Google Scholar 79, Math Sci Net 22 Joint work of two co-authors. Contribution of V. Dolejší is approximately 50%.			
2 V. Dolejší, M. Feistauer: A Semi-Implicit Discontinuous Galerkin Finite Element Method for the Numerical Solution of Inviscid Compressible Flow, Journal of Computational Physics 198(2): 727-746, 2004	Jim	WOS	82	1,777
	Joint work of two co-authors. Contribution of V. Dolejší is approximately 50%.			
3 V. Dolejší: Semi-implicit Interior Penalty Discontinuous Galerkin Methods for Viscous Compressible Flows, Communications in Computational Physics 4(2): 231-274, 2008	Jim	WOS	55	2,330
	A single author paper. Contribution 100%.			
4 V. Dolejší, A. Ern and M. Vohralík: A framework for robust a posteriori error control in unsteady nonlinear advection-diffusion problems, SIAM Journal of Numerical Analysis, 51(2): 773-793, 2013	Jim	WOS	14	1,690
	Joint work of three co-authors. Contribution of V. Dolejší is approximately 33%.			
5 V. Dolejší, A. Ern and M. Vohralík: hp-adaptation driven by polynomial-degree-robust a posteriori error estimates for elliptic problems, SIAM Journal of Scientific Computation 38(5):A3220-A3246, 2016	Jim	WOS	12	2,195
	Joint work of three co-authors. Contribution of V. Dolejší is approximately 33%.			

Celkové počty výsledků definovaných Metodice hodnocení výsledků výzkumu a vývoje za posledních 5 roky (podle RIV)

J _{imp} - článek v odborném periodiku impaktovaném	11
J _{sc} - článek v odborném periodiku obsaženém v databázi Scopus	0
J _{ost} - článek ostatní	0
B - odborná kniha	1
C - kapitola v odborné knize	0
D - článek ve sborníku	5
P - patent	0
F - užitečný nebo průmyslový vzor	0
Z - poloprovoz, ověřená technologie, odrůda, plemeno	0
G - prototyp, funkční vzorek	0
H - poskytovatelem realizovaný výsledek	0
L - specializovaná mapa	0
N - certifikovaná metodika a postup	0
R - software	0
V - výzkumná zpráva obsahující utajované informace podle zvláštního právního předpisu	0

Celkový počet citací včetně autocitací a H-index WOS

Počet citací včetně autocitací na všechny práce podle	650
Metodika použitá pro počet citací dle "jiné metodiky"	Scopus, 763 citací, H=15
H-index podle Web of Science	14,00

Uchazeč - Část E - související projekty

Běžící projekty (uvádějí se i zahraniční projekty)

Poskytovatel	Grantová agentura České republiky (GAČR)	Kategorie CEP	BA - Obecná matematika
Název programu	GA - Standardní projekty	Registrační číslo	17-01747S
Role v projektu	Člen týmu	Panel (pouze GAČR a AZV)	P-2
Celý název projektu	Teorie a numerická analýza sdružených problémů dynamiky tekutin		
Dotace pro příjemce	7 887 tis	Pracovní úvazek	0,20
Počátek řešení	1.1.2017	Ukončení řešení	31.12.2019
Příjemce - název instituce	Univerzita Karlova, Matematicko-fyzikální fakulta		
Vztah k podávanému návrhu	Podávaný projekt na tento končící projekt částečně navazuje, zejména v oblasti diskretizace parciálních diferenciálních rovnic. Necela polovina řešitelského kolektivu je součástí řešitelského týmu podávaného projektu.		
Poskytovatel	Grantová agentura České republiky (GAČR)	Kategorie CEP	BA - Obecná matematika
Název programu	GA - Mezinárodní projekty	Registrační číslo	17-04150J
Role v projektu	Člen týmu	Panel (pouze GAČR a AZV)	P10
Celý název projektu	Robustní dvojúrovňové simulace založené na Fourierově metodě a metodě konečných prvků: Odhady chyb, redukované modely a stochastika		
Dotace pro příjemce	7 090 tis	Pracovní úvazek	0,10
Počátek řešení	1.1.2017	Ukončení řešení	31.12.2019
Příjemce - název instituce	ČVUT Praha, Stavební fakulta		
Vztah k podávanému návrhu	Podávaný projekt na tento končící projekt navazuje v malé míře v oblasti iterativních metod pro řešení algebraických rovnic. Někteří členové řešitelského kolektivu jsou součástí řešitelského týmu podávaného projektu.		

Navrhované projekty (uvádějí se i zahraniční projekty)

V současné době nejsou žádné projekty navrhované.

Ukončené projekty

V současné době nejsou žádné projekty ukončené.

Spoluuchazeč - Část B - finanční prostředky

Jméno a příjmení doc. RNDr. Tomáš Vejchodský Ph.D.**Organizace** Matematický ústav AV ČR, v.v.i.

Částky jsou uváděny v Kč.

Celkové způsobilé náklady na řešení projektu ze všech zdrojů financování

	1. rok	2. rok	3. rok	Celkem
Celková dotace poskytovatele na projekt	2 193 tis	2 156 tis	2 156 tis	6 505 tis
Podpora z ostatních veřejných zdrojů (tuzemských i zahraničních)	121 tis	121 tis	121 tis	363 tis
Podpora z neveřejných zdrojů (vlastní prostředky, soukromé dotace)	0 tis	0 tis	0 tis	0 tis
Způsobilé náklady ze všech zdrojů financování	2 314 tis	2 277 tis	2 277 tis	6 868 tis
Míra podpory u poskytovatele	94,71 %			

Rozdělení dotace na řešení projektu**Rozdělení ostatních zdrojů na řešení projektu**

	1. rok	2. rok	3. rok	Celkem		1. rok	2. rok	3. rok	Celkem
Věcné náklady	693 tis	656 tis	656 tis	2 005 tis	Věcné náklady	0 tis	0 tis	0 tis	0 tis
Osobní náklady	1 500 tis	1 500 tis	1 500 tis	4 500 tis	Osobní náklady	121 tis	121 tis	121 tis	363 tis
Investiční náklady	0 tis	0 tis	0 tis	0 tis	Investiční náklady	0 tis	0 tis	0 tis	0 tis
Celkem	2 193 tis	2 156 tis	2 156 tis	6 505 tis	Celkem	121 tis	121 tis	121 tis	363 tis

Spoluuchazeč - Část B - rozpis finančních položek

V této části návrhu se vyplňuje požadovaná dotace od GAČR

Dotace na věcné náklady

	1. rok	2. rok	3. rok	Celkem
Materiální náklady	45 tis	15 tis	15 tis	75 tis
Cestovní náklady	150 tis	150 tis	150 tis	450 tis
Náklady na ostatní služby a nemateriální náklady	60 tis	60 tis	60 tis	180 tis
Doplňkové (režijní) náklady	438 tis	431 tis	431 tis	1 300 tis
Celkem	693 tis	656 tis	656 tis	2 005 tis

Dotace na osobní náklady (souhrn)

	1. rok	2. rok	3. rok	Celkem
Mzdy odborných pracovníků	1 103 tis	1 103 tis	1 103 tis	3 309 tis
Mzdy dalších (tech.) pracovníků	0 tis	0 tis	0 tis	0 tis
Odměny z DPP/DPČ	0 tis	0 tis	0 tis	0 tis
Sociální a zdravotní pojištění a SF (FKSP)	397 tis	397 tis	397 tis	1 191 tis
Celkem	1 500 tis	1 500 tis	1 500 tis	4 500 tis

Dotace na pořízení investic

		1. rok	2. rok	3. rok
Investice	Poř. cena	Poř./Odp. Využití	Poř./Odp. Využití	Poř./Odp. Využití
Celkem dotace na investice		0 tis	0 tis	0 tis

Rozpis mzdových nákladů a odměn DPP/DPČ hrazených z dotace pro všechny roky řešení

Kat.	Jméno		Úvazek/1. rok	Úvazek/2. rok	Úvazek/3. rok
	Náplň práce / popis činnosti		Dotace	Dotace	Dotace
-	Tomáš	Vejchodský	0,25	0,25	0,25
	Úkoly č.: T1.4, T3.1, T3.2, T3.3, T4.6, subkoordinace projektu		180 tis	180 tis	180 tis
-	Michal	Křížek	0,10	0,10	0,10
	Úkoly č.: T1.1, T1.3, T3.3, T4.6		67 tis	67 tis	67 tis
-	Miroslav	Rozložník	0,20	0,20	0,20
	Úkoly č.: T4.2, T4.3, T4.4, T4.6		121 tis	121 tis	121 tis
-	Jakub	Šístek	0,20	0,20	0,20
	Úkoly č.: T3.3, T4.5, T4.6		108 tis	108 tis	108 tis
-	Pavel	Kůs	0,20	0,20	0,20
	Úkoly č.: T3.3, T4.5, T4.6		101 tis	101 tis	101 tis
-	Bangwei	She	0,10	0,10	0,10
	Úkoly č.: T1.4, T2.2, T4.6		46 tis	46 tis	46 tis
postdok	Jan	Papež	1,00	1,00	1,00
	Úkoly č.: T1.2, T3.1, T3.2, T4.2, T4.3, T4.4, T4.6		480 tis	480 tis	480 tis

Spoluuchazeč - Část B - finanční prostředky

Specifikace a zdůvodnění nákladů pro 1. rok řešení

Materiální náklady

Výkonný počítač (laptop) pro vývoj a testování numerických metod: 30 tis. Kč. Počítač bude zakoupen na začátku prvního roku řešení projektu. V následujících letech se už pořízení žádné další výpočetní techniky neplánuje.

Nákup odborné literatury: 15 tis. Kč ročně.

CELKEM: 45 tis. (1.rok) a 15 tis. (2. a 3. rok)

Cestovní náklady

Hlavní část cestovních nákladů tvoří výdaje za účast na konferencích. Plánujeme, pět aktivních účastí na tuzemských či zahraničních mezinárodních konferencích ročně, kde budou členové týmu prezentovat projekt a jeho výsledky. Cestovné se počítá bez vložného, které se účtuje v položce Služby. V roce 2020 plánujeme prezentovat výsledky projektu na těchto konferencích:

XXI Householder Symposium on Numerical Linear Algebra, 14-18 June 2017 at hotel Sierra Silvana, Selva di Fasano (Br), Italy, odhadované náklady 30 tis. Kč.

ESSAM MASC Kácov 2020, odhadované náklady 5 tis. Kč.

ECCOMAS 2020, 19.-24. 7. Paris, odhadované náklady 30 tis. Kč.

PANM 20, odhadované náklady 5 tis. Kč.

ESCO 2020, odhadované náklady 15 tis. Kč.

Důležitou částí jsou cestovní a pobytové náklady zahraničních odborníků navštěvující Matematický ústav AV ČR. Na rok 2020 plánujeme následující tři návštěvy:

Jan Brandts, University of Amsterdam, Nizozemí, odhadované náklady 10 tis. Kč.

Keiichi Morikuni, University of Tsukuba, Japonsko, odhadované náklady 25 tis. Kč.

Fehmi Cirak, University of Cambridge, Velká Británie, odhadované náklady 10 tis. Kč.

Poslední částí cestovních nákladů jsou pracovní návštěvy spolupracujících institucí.

Na rok 2020 plánujeme návštěvu University of Cambridge (F. Cirak), jeden týden, J. Šístek, odhadované náklady 20 tis. Kč.

CELKEM: 150 tis. Kč

Podobné čerpání prostředků předpokládáme i v dalších letech řešení projektu.

Náklady na ostatní služby a nemateriální náklady

V této položce plánujeme pět konferenčních poplatků na tuzemských či zahraničních mezinárodních konferencích ročně.

XXI Householder Symposium on Numerical Linear Algebra, 14-18 June 2017 at hotel Sierra Silvana, Selva di Fasano (Br), Italy, odhadované náklady 10 tis. Kč.

ESSAM MASC Kacov 2020, odhadované náklady 10 tis. Kč.

ECCOMAS 2020, 19.-24. 7. Paříž, odhadované náklady 20 tis. Kč.

PANM 20, odhadované náklady 5 tis. Kč.

ESCO 2020, odhadované náklady 15 tis. Kč.

CELKEM: 60 tis. Kč

Podobné náklady předpokládáme i v dalších letech řešení projektu.

Osobní náklady

Spoluřešitel T. Vejchodský bude věnovat projektu 25 procent své kapacity, ostatní členové týmu pak 10 - 20 %.

Požadovaná roční dotace na osobní náklady vychází z aktuálního mzdového zařazení jednotlivých členů týmu a z jejich kapacity věnované projektu následovně:

T. Vejchodský 180 tis. Kč při úvazku 25% (plus 89 tis. Kč spolufinancování z prostředků Matematického ústavu AV ČR)

M. Křížek 67 tis. Kč při úvazku 10%

M. Rozložník 121 tis. Kč při úvazku 20%

J. Šístek 108 tis. Kč při úvazku 20%

P. Kůs 101 tis. Kč při úvazku 20%

B. Še 46 tis. Kč při úvazku 10%

J. Papež 480 tis. Kč při úvazku 100% (postdok)

Zákonné odvody hrazené z dotace činí celkem 397 tis. Kč ročně. Dalších 32 tis. Kč zákonných odvodů bude ročně hrazeno z prostředků Matematického ústavu AV ČR v rámci spolufinancování.

Všichni členové týmu jsou zaměstnaní v Matematickém ústavu AV ČR na pozici vědeckého pracovníka. Vyjimku tvoří J. Papež, který je momentálně zaměstnán na postdoktorské pozici na prestižních francouzských pracovištích INRIA Paris a Laboratoire Jacques-Louis Lions. Podpora GAČR umožní vytvořit novou postdoktorskou pozici v Matematickém ústavu AV ČR a zaměstnat tohoto mladého a nadějného vědeckého pracovníka v České republice.

Stejně náklady předpokládáme i v dalších letech řešení projektu.

Investiční náklady

Investiční náklady nejsou plánovány.

Spoluuchazeč - Část D2 - bibliografie

Úplné bibliografické údaje o nejvýznamnějších výsledcích vědecké a výzkumné činnosti definovaných v Metodice hodnocení výsledků výzkumu a vývoje

Výsledek	Kód výsledku	Databaze	Citací	Impaktní faktor
				Podíl na publikaci
1 Vejchodský, Tomáš; Šolín, Pavel: Discrete maximum principle for higher-order finite elements in 1D. Math. Comp. 76 (2007), no. 260, 1833–1846.	Jimp	WOS	29	1,750
	Joint work of two co-authors. Contribution of T. Vejchodský is approximately 50%.			
2 Erban, Radek; Chapman, S. Jonathan; Kevrekidis, Ioannis G.; Vejchodský, Tomáš: Analysis of a stochastic chemical system close to a sniper bifurcation of its mean-field model. SIAM J. Appl. Math. 70 (2009), no. 3, 984–1016.	Jimp	WOS	28	1,698
	Joint work of four co-authors. Contribution of T. Vejchodský is approximately 25%.			
3 Vejchodský, Tomáš: Guaranteed and locally computable a posteriori error estimate. IMA J. Numer. Anal. 26 (2006), no. 3, 525–540.	Jimp	WOS	24	1,837
	A single author paper. Contribution 100%.			
4 Šebestová, Ivana; Vejchodský, Tomáš: Two-sided bounds for eigenvalues of differential operators with applications to Friedrichs, Poincaré, trace, and similar constants. SIAM J. Numer. Anal. 52 (2014), no. 1, 308–329.	Jimp	WOS	11	2,047
	Joint work of two co-authors. Contribution of T. Vejchodský is approximately 50%.			
5 Ainsworth, Mark; Vejchodský, Tomáš: Fully computable robust a posteriori error bounds for singularly perturbed reaction-diffusion problems. Numer. Math. 119 (2011), no. 2, 219–243.	Jimp	WOS	10	2,370
	Joint work of two co-authors. Contribution of T. Vejchodský is approximately 50%.			

Celkové počty výsledků definovaných Metodice hodnocení výsledků výzkumu a vývoje za posledních 5 roky (podle RIV)

J_{imp} - článek v odborném periodiku impaktovaném	8
J_{sc} - článek v odborném periodiku obsaženém v databázi Scopus	1
J_{ost} - článek ostatní	1
B - odborná kniha	0
C - kapitola v odborné knize	1
D - článek ve sborníku	5
P - patent	0
F - užitný nebo průmyslový vzor	0
Z - poloprovoz, ověřená technologie, odrůda, plemeno	0
G - prototyp, funkční vzorek	0
H - poskytovatelem realizovaný výsledek	0
L - specializovaná mapa	0
N - certifikovaná metodika a postup	0
R - software	0
V - výzkumná zpráva obsahující utajované informace podle zvláštního právního předpisu	0

Celkový počet citací včetně autocitací a H-index WOS

Počet citací včetně autocitací na všechny práce podle	252
Metodika použitá pro počet citací dle "jiné metodiky"	Scopus, 250 citací, H=10
H-index podle Web of Science	10,00

Spoluuchazeč - Část E - související projekty

Běžící projekty (uvádějí se i zahraniční projekty)

Poskytovatel	Nadační fond Neuron na podporu vědy	Kategorie CEP	BA - Obecná matematika
Název programu	Neuron Impuls	Registrační číslo	24/2016
Role v projektu	Řešitel	Panel (pouze GAČR a AZV)	---
Celý název projektu	Spolehlivé odhady vlastních čísel a vlastních funkcí diferenciálních operátorů		
Dotace pro příjemce	500 tis	Pracovní úvazek	0,20
Počátek řešení	1.1.2017	Ukončení řešení	31.12.2019
Příjemce - název instituce	Matematický ústav AV ČR, v.v.i.		
Vztah k podávanému návrhu	Jedna část navrhovaného projektu (konkrétně WP3) navazuje na výsledky tohoto projektu. Projekt Neuron Impuls řeší pouze T. Vejchodský a ostatní členové týmu se na něm nepodílí.		
Poskytovatel	MŠMT	Kategorie CEP	AM - Pedagogika a školství
Název programu	Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání	Registrační číslo	CZ.02.2.69/0.0/0.0/16_018/0002713
Role v projektu	Člen týmu	Panel (pouze GAČR a AZV)	---
Celý název projektu	Doktorská škola pro vzdělávání v oblasti matematických metod a nástrojů v HPC		
Dotace pro příjemce	11 452 tis	Pracovní úvazek	0,20
Počátek řešení	1.9.2017	Ukončení řešení	31.10.2019
Příjemce - název instituce	Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava		
Vztah k podávanému návrhu	Tematicky žádný. Na tomto projektu se podílejí tři členové týmu navrhovaného projektu.		
Poskytovatel	GAČR	Kategorie CEP	BK - Mechanika tekutin
Název programu	GA - standardní projekty	Registrační číslo	18-09628S
Role v projektu	Člen týmu	Panel (pouze GAČR a AZV)	P101
Celý název projektu	Pokročilá analýza proudových polí		
Dotace pro příjemce	7 029 tis	Pracovní úvazek	0,20
Počátek řešení	1.1.2017	Ukončení řešení	31.12.2019
Příjemce - název instituce	Ústav pro hydrodynamiku AV ČR, v.v.i.		
Vztah k podávanému návrhu	Podávaný projekt je na jiné téma. Jistá souvislost je v tom, že tento projekt používá numerické metody jako nástroj pro lepší pochopení mechaniky tekutin. Navrhovaný projekt používá obecně stejné numerické metody, ale cílem je jejich analýza a vývoj. Několik členů řešitelského týmu tohoto projektu je i v týmu navrhovaného projektu.		

Navrhované projekty (uvádějí se i zahraniční projekty)

V současné době nejsou žádné projekty navrhované.

Ukončené projekty

V současné době nejsou žádné projekty ukončené.

Část C2 - odhad předpokládaných výsledků

Odhad předpokládaných výsledků projektu

Slovní popis typů výsledků, jejichž publikování se očekává v rámci řešení projektu (články v mezinárodních vědeckých časopisech, monografie, mezinárodní sborníky apod.).

Očekávané výsledky projektu Hlavními výstupy projektu budou teoretické výsledky týkající se analýzy numerických a algoritmů a jejich praktická verifikace.
Výsledky budou publikovány převážně v impaktovaných časopisech (kategorie Jimp). S ohledem na velikost týmu a jeho publikační historii, realistické očekávání je 40 časopiseckých publikací za dobu řešení projektu (3 roky). Výsledky budou též prezentovány na významných oborových konferencích v ČR a zahraničí.

Přílohy

Návrh projektu má připojeny všechny povinné přílohy.

Životopisy (část D1)

Uchazeč	Jméno souboru	Velikost
{0}	CV_dolejsi.pdf	81kB
{0}	CV_Vejchodsky2019.pdf	64kB

Ostatní přiložené přílohy

Typ přílohy	Jméno souboru	Velikost
část C	part_c.pdf	199kB

Prohlášení

Podáním návrhu projektu uchazeč stvrzuje, že se seznámil se zadávací dokumentací a zavazuje se dodržovat její ustanovení, zejména že:

- navrhovatel je v pracovněprávním poměru k uchazeči nebo tento vztah vznikne nejpozději ke dni zahájení řešení projektu;
- zavazuje se, že po uzavření smlouvy o podpoře projektu bude plnit všechny povinnosti příjemce vyplývající ze zákona č. 130/2002 Sb., zadávací dokumentace a uzavřené smlouvy nebo vydaného rozhodnutí o poskytnutí podpory;
- zajistí, aby řešitel po uzavření smlouvy o podpoře projektu plnil všechny své povinnosti, zejména odpovídal za odbornou úroveň řešení projektu; nastane-li situace, že podmínky na straně řešitele či příjemce znemožní řešiteli pokračovat v řešení projektu v navrhovaném termínu a nedojde-li k ukončení projektu, příjemce zajistí se souhlasem poskytovatele jiného řešitele, pokračování řešení projektu a jeho dokončení v souladu s uzavřenou smlouvou;
- všechny údaje uvedené v návrhu projektu jsou pravdivé, úplné a nezkrácené a jsou totožné s údaji vloženými do návrhu projektu pomocí aplikace, a že návrh projektu byl vypracován v souladu se zadávací dokumentací, že osoby uvedené v návrhu projektu splňují a po celou dobu, po kterou se budou podílet na řešení projektu, budou splňovat podmínky uvedené v zadávací dokumentaci;
- všichni spoluuchazeči, navrhovatel, spolunavrhovatelé a odborní i další spolupracovníci uvedení v návrhu projektu byli seznámeni s věcným obsahem návrhu projektu i s finančními požadavky v něm uvedenými a se zadávací dokumentací;
- před podáním návrhu projektu zajistil souhlas výše uvedených osob s účastí na řešení projektu uvedeného v návrhu projektu;
- na jiný projekt s totožnou nebo obdobnou problematikou nepřijal, nepřijímá a nepřijme podporu z jiného zdroje;
- obsah návrhu projektu, jehož se v jiných grantových nebo programových projektech účastní stejný navrhovatel nebo spolunavrhovatel, je rozdílný od tohoto návrhu projektu a navržené rozsahy prací umožní navrhovateli nebo spolunavrhovateli řešit všechny jejich projekty;
- souhlasí, aby údaje uvedené v návrhu projektu byly použity pro vnitřní potřebu poskytovatele a uveřejněny v rozsahu stanoveném zákonem č. 130/2002 Sb. a zadávací dokumentací;
- v případě uzavření smlouvy nebo vydání rozhodnutí o poskytnutí podpory na řešení projektu se bude při jeho řešení řídit podmínkami pro řešení projektů uvedenými v zadávací dokumentaci;
- po uzavření smlouvy o podpoře projektu zajistí spolufinancování daného projektu v souladu s podaným návrhem projektu.

Uchazeč zároveň potvrzuje, že byly dodrženy podmínky uvedené výše a že byla zkontrolována úplnost a správnost údajů v návrhu projektu.

Pro vyhodnocení návrhu bude do soutěže přijata pouze poslední verze návrhu projektu, která bude doručena do datové schránky GA ČR vyhrazené pro systém GRIS (ID datové schránky:ntq92qs) v řádném termínu soutěže.

Czech Science Foundation – Part D1

Applicant : prof. RNDr. Vít Dolejší, Ph.D., DSc.

Affiliation: Charles University, Prague, Faculty of Mathematics and Physics (CUNI FMP),

e-mail: dolejsi@karlin.mff.cuni.cz

Personal data: born January 16, 1971 in Slany, Czech Republic, married, 5 children

Education

- PhD: 1994 – 1998, combined study between Charles University in Prague and Université Méditerranée, Marseille, France
- master: 1989 – 1994, Charles University in Prague, Faculty of Mathematics and Physics

Scientific and academic degrees

- PhD., RNDr., CUNI FMP, Mathematical Modelling in Physics, 1998
- doc. (habilitation), CUNI FMP, Mathematics – Computational and numerical methods, 2004,
- DSc. (Doctor of Science), Czech Academy of Science, Mathematics analysis and similar disciplines, 2009,
- prof., CUNI FMP, Mathematics – Computational and numerical methods, 2012.

Professional positions

- 2014 – vice-head of the Department of the Numerical Mathematics, CUNI FMP,
- 2006 – 2014: head of the Department of the Numerical Mathematics, CUNI FMP,
- 2012 – : full professor in CUNI FMP
- 2005 – 2012: associate professor in CUNI FMP,
- 2000 – 2005: assistant professor in CUNI FMP,

Publication record

- 1 monograph, 55 journal articles (40 with IF), 29 papers in reviewed conference proceedings, more than 100 lectures at conferences and seminars
- Web of science: 52 publications, H=14, 479 citations without self-citations
- Scopus: 57 publications, H=15, 761 citations by 409 documents

Plenary and keynote lectures at the conferences

- Mathematical Aspects of Computational Fluid Dynamics, Oberwolfach, Germany, November 9–15, 2003,
- Eleventh International Conference on Hyperbolic Problems Theory, Numerics, Applications, Lyon, France, July 17–21, 2006
- Computational Methods with Applications, Harrachov, Czech Republic, August 19–25, 2007
- Conference Algoritmy, Podbánské, Slovakia, March 16–20, 2009
- The Eighth European Conference on Numerical Mathematics and Advanced Applications (ENUMATH), Uppsala, Sweden, July 29 – June 3, 2009
- Programs and Algorithms of Numerical Mathematics, Dolní Maxov, June 8–13, 2014,
- Recent Developments in the Numerics of Nonlinear Hyperbolic Conservation Laws, Oberwolfach, Germany, September 14–18, 2015.

Long scientific stays

- 2004 (5 months), Université de Provence, Marseille, France, CNRS researcher,

- 2016 (5 months), University of Nevada in Reno, USA, Fulbright Scholar Fellowship

Short scientific stays

- Germany: University of Hamburg, Technical University of Chemnitz, Technical University of Dresden, University of Kiel, University of Marburg
- France: Université de Provence Marseille, Université Paris 6, Université Pau
- Poland: Warsaw University of Technology
- Switzerland: ETH Zurich
- Hong Kong: Baptist University of Hong Kong

Applicant or co-applicant of projects

- Adaptive higher order methods for compressible flows, 201/00/D116, postdoc grants, Czech Science Foundation (GACR), 2000–2003
- The dynamics of pumping systems for transport of suspensions, 101/03/0229, Czech Science Foundation (GACR), 2003–2005
- 6 projects of Grant Agency of the Charles University (GAUK)
- Adaptive Higher-Order Variational Methods for Aerodynamic Applications in Industry (ADIGMA), Research project No. AST5-CT-2006-030719, financed within the 3rd Call of the 6th European Framework Programme, 2006–2009

Supervision of thesis

- 11 bachelor and 23 master thesis defended
- 4 PhD thesis defended
- presently supervising of 2 PhD thesis and 2 master thesis

Membership and activities in professional associations

- member of the Evaluation Panel P201 of the Czech Science Foundation for Mathematics, 2015 – 2019,
- member of the Advisory Board of the Grant Agency of the Charles University, 2012 –
- member of the Committee for Doctoral Thesis (DSc. title) of the Czech Academy of Science, Mathematics analysis and similar discipline, 2012 –
- member of Committee for Doctoral Thesis (DrSc. title) of the Slovak Republic, Applied Mathematics, 2016 –
- member of the Council of the Necas Centre for the Mathematical Modelling, 2013 –

Member of the editorial boards

- Application of Mathematics: member since 2010, editor-in-chief since 2018

Professional honors, awards and fellowships

- 1998 – Prof Babuska Prize, awarded by the Czech Society of Mechanics
- 1995 – Bolzano's prize – the prize of Czech Bank “Česká spořitelna”
- 1994 – prize awarded by Minister of Education of the Czech Republic

April 8, 2019

Vít Dolejší

Czech Science Foundation - Part D1

Co-Applicant: doc. RNDr. Tomáš Vejchodský, Ph.D.

Affiliation: Institute of Mathematics, Academy of Sciences of the Czech Republic, Žitná 25, CZ-115 67 Praha 1, Czech Republic

Phone: +420 222 090 713 (office), +420 222 090 711 (operator)

E-mail: vejchod@math.cas.cz

Personal data: born 17/12/1976, Jihlava, Czech Republic, married, three children

EDUCATION

2012 doc. (habilitation, associate professor), Faculty of Mathematics and Physics, Charles University in Prague

2000–3 Ph.D., Institute of Mathematics, Academy of Sciences of CR and faculty of Mathematics and Physics, Charles University in Prague

2000 Rigorous exam (RNDr.), Charles University in Prague

1995–2000 Masters, Faculty of Mathematics and Physics, Charles University in Prague

PROFESSIONAL EXPERIENCE

2003– Researcher and from 2015 deputy director, Institute of Mathematics, Czech Academy of Sciences, Prague

2013–14 Research fellow, Mathematical Institute, University of Oxford, UK

2005– Optional course, Charles University in Prague

2004–5 Visiting assistant professor, University of Texas at El Paso, USA

HONORS

2007 Otto Wichterle Award, Academy of Sciences of CR

2000 Babuška's prize, student category, Czech Society for Mechanics and Union of Czech Mathematicians and Physicists

PUBLICATION RECORDS

- 57 research papers (33 in scientific journals, 24 in conference proceedings)
- 48 records in WoS, 47 records in MathSciNet, 58 records in zbMATH
- 194 citations in WoS (without self-citations), 147 citations in MathSciNet
- co-editor of 9 books of proceedings

RESEARCH GRANTS

2017–19 principal investigator, Neuron Impuls, Neuron benevolent fund for support of science

2017–19 guarantor of an activity, Doctoral school for education in mathematical methods and tools in HPC, Operational program Research Development Education, Ministry of Education, Youth and Sports

2013–14 Marie Curie Intra-European Fellowship at the Mathematical Institute, University of Oxford, project “StochDetBioModel” granted by European Commission

2007–11 Principal co-investigator, project “Methods of higher order of accuracy for solution of multi-physics coupled problems”, no. IAA100760702, Grant Agency of the Academy of Sciences of the Czech Republic.

2007–9 Principal co-investigator, project “Advanced algorithms for solution of coupled problems in electromagnetism”, no. 102/07/0496, Czech Science Foundation.
2003–6 Principal investigator, project “Mesh adaptivity for numerical solution of parabolic partial differential equations”, no. 201/04/P021, Czech Science Foundation.

SELECTED SHORT TERM RESEARCH VISITS

University of Oxford, University of Strathclyde (Glasgow), Tampere University of Technology, Helsinki University of Technology, University of Texas at Austin, Chinese Academy of Sciences

INVITED AND PLENARY TALKS

SNA 2019, Ostrava; SDE 2018, Velehrad; Oberwolfach workshop 2016; SBDW03 2016 Cambridge, UK; AIME@CZ 2014 Prague; Algoritmy 2012 Podbaňské, Slovakia; SNA 2012, Liberec; PANM 17 (2014), PANM 15 (2010), PANM 12 (2004) Dolní Maxov

SUPERVISION EXPERIENCE

PhD students: Pavel Kůs (defended 2011)

Master students: four completed, two in progress.

TEACHING

2005– Advanced courses “Numerical modeling of electrotechnical problems”, “Techniques of a posteriori error estimation”, Charles University, Prague
2004–5 Three courses at the University of Texas at El Paso, USA
2003–4 Elementary mathematics at the University of Economics, Prague
2003 Elementary physics, Czech Technical University, Prague

EDITORIAL WORK

2011–2 Associate Editor, Central European Journal for Mathematics
2010– Associate Editor-in-Chief, Applications of Mathematics
2009– Editor Specialist, Zentralblatt MATH, Prague office
2007– Editorial board member, Applications of Mathematics

CO-ORGANIZATION OF CONFERENCES

Modelling 2019; minisymposium at ECMTB 2014, Göteborg, Sweden; Equadiff 13 (2013), Prague; PANM 12–19 (2004–2018), Dolní Maxov, Hejnice; minisymposium at ENUMATH 2009, Uppsala, Sweden; AM2012, AM2013, AM2015, AM2018, Prague

POPULARIZATION ACTIVITIES

2008–2012 Education of talented secondary school students within the project Otevřená věda (Open science) I and II.
2008, 2014 Articles in Czech popularizing journal Pokroky matematiky fyziky a astronomie (Advances of Mathematics Physics and Astronomy).
2008 interview in Radio Leonardo (60 min.)
2005– Annual public talks within the Days of Open Doors in the Institute of Mathematics, Czech Academy of Sciences, Prague

LANGUAGES

Czech (mother tongue), English (fluent), Russian (passive)

March 21, 2019

Czech Science Foundation - Part C1 Project Description

Applicant: Vít Dolejší (Charles University, Faculty of Mathematics and Physics)

Co-applicant: Tomáš Vejchodský (Czech Academy of Sciences, Institute of Mathematics)

Title of the project: *Adaptive methods for the numerical solution of partial differential equations: analysis, error estimates and iterative solvers*

A. Motivation and state of the art

Introduction

Numerical solution of partial differential equations (PDEs) has become a key technique in the development of new products and understanding of processes in turbomachinery, aerospace engineering, car industry, biomechanics, chemical engineering, medicine, environmental protection, etc. Although many commercial software codes are available for the numerical simulation of practically based problems, the development of numerical methods for the solution of different types of PDEs is still a hot research topic all over the world.

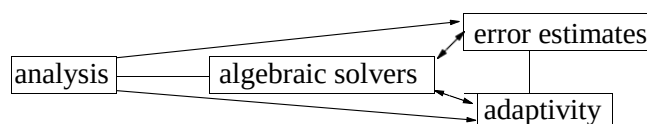
The governing equations are of different types: linear or nonlinear, elliptic, parabolic, hyperbolic, or their combinations with possible degeneracy. Moreover, many problems (e.g., vibration of membranes) can be formulated as an eigenvalue problem which is a nonlinear task. The general goal is to develop an *efficient* and *reliable method* for particular (classes of) problems. Efficiency requires solving the problem within the prescribed accuracy with as small a number of arithmetic operations as possible. Reliability means that we can guarantee whether the prescribed accuracy was reached.

The efficient and reliable numerical solution of PDEs is a complex problem. The discretization of PDEs by numerical methods (i.e., an approximation of the weak solution by a piecewise polynomial function defined on a computational mesh) leads to large and sparse (non)linear algebraic systems. Usually, nonlinear systems are solved iteratively as a sequence of linear algebraic systems which are again solved iteratively. Therefore, the approximate solution includes errors arising from the (space and possibly time) discretization and inexact solution of the nonlinear and linear algebraic systems. Obviously, mathematically rigorous *reliable error estimates* should take into account the discretization as well as algebraic errors.

To be efficient, various parameters controlling the accuracy of the solution have to be equilibrated. Typically, the discretization and algebraic errors should be on the same level. It makes no sense to solve algebraic systems with a high relative accuracy when the discretization error is on the order of several percent. Hence, the stopping criteria for the iterative algebraic solvers have to be given adaptively with respect to the computed approximate solution. Similarly, when solving time-dependent problems, we have to balance the errors arising from the space and time discretizations by an adaptive choice of the time step.

The efficiency can be significantly increased by *high-order methods* and *mesh adaptation techniques*, which enable us to minimize the number of necessary degrees of freedom required for the achievement of the prescribed accuracy. However, higher-order methods have fast rates of convergence only if the corresponding weak solution is sufficiently regular. Nevertheless, adaptive mesh refinement allows one to refine the computational mesh locally in regions which adversely affect the accuracy of the solution. Then the optimal rate of convergence can be restored even for problems having a singular solution [1]. On the other hand, higher-order approximations and adaptively refined meshes *do not* automatically increase the efficiency, because they deteriorate the computational properties (e.g. the conditioning) of the corresponding algebraic systems. Therefore, standard black-box algebraic solvers are very often inefficient.

The process of the efficient and reliable numerical solution of PDEs is sketched in the following diagram.



The analysis gives basic information about the validity of the used discretization and the quality of the approximation. Further, (a posteriori) error estimates, adaptive algebraic solvers and mesh adaptivity influence each other. For example, the mesh adaptivity should take into account not only the computed error estimates including the algebraic error but also the conditioning of matrices corresponding to the adapted mesh. Therefore, all aspects have to be considered in a very close connection. Unfortunately, this is not a general approach in the

scientific community. Many “PDE researchers” use black-box solvers for the solution of algebraic systems and neglect algebraic errors; on the other hand, “linear algebra researchers” develop solvers which are efficient only for low-order schemes on uniformly refined meshes. Finally, when these aspects are taken into account together, the resulting methods and techniques are often heuristic without a sufficient theoretical background.

Overview of the project

This project focuses on the development of efficient and reliable methods for the numerical solution of several types of (nonlinear) PDEs, which can be written in the general form

$$\partial_t \theta(w) + \nabla \cdot f(w) - \nabla \cdot (K(w, \nabla w) \nabla w) + S(w) = g \quad \text{in } Q_T = \Omega \times (0, T), \quad (1)$$

where $w(x, t) \in \mathbb{R}^n$ is the sought solution defined on a space-time domain Q_T , ∂_t is the partial time derivative, ∇ is the gradient operator w.r.t. $x \in \Omega$, $\nabla \cdot$ is the divergence operator, θ is a given function, f represents convection, K is diffusion, S is reaction and g is a source term. Some terms in (1) can globally or locally vanish. We also consider the eigenvalue problem:

$$\text{Find } \lambda \in \mathbb{C} \text{ and } u \neq 0 : \quad L u = \lambda u \quad \text{in } \Omega, \quad (2)$$

where L is a linear differential operator that is a special case of the left-hand side of (1) – always with $\theta(w) = 0$ and typically with $f(w) = 0$, $K(w, \nabla w) = \text{const.}$, and $S(w)$ being linear. We note that efficient methods for the solution of (1) and (2) involve many similar techniques, e.g. error estimates, algebraic solvers, adaptivity.

A good candidate for an efficient and reliable method is the *discontinuous Galerkin method* (DGM) which exhibits an excellent balance between robustness and accuracy, see [2–4]. Due to a discontinuous piecewise polynomial approximation, higher-order schemes can be easily constructed, the method is stable on anisotropically adapted meshes with varying polynomial approximation degree (*hp*-methods), and it leads to a nice block structure of the resulting algebraic systems, which can be employed in the construction of suitable solvers.

The goals of the project include the development of the following aspects for the solution of (1) – (2):

- (1) numerical analysis of the discretization schemes with respect to the regularity of the weak solutions,
- (2) error estimates including the algebraic errors,
- (3) efficient algebraic solvers for higher-order discretization methods and adaptively refined meshes,
- (4) adaptive schemes balancing the particular contributions of the errors and respecting computational properties of the arising algebraic systems.

These aspects have been already considered for linear or quasi-linear problems (see, e.g., the references cited in [5]) but they are difficult to solve satisfactorily for strongly nonlinear problems.

We will employ the expertise of the team members for the solution of these aspects for some types of PDEs. We describe the state of the art of each considered problem in Section B. We are focusing on the theoretical description and understanding of the computational phenomena through a rigorous mathematical analysis.

Project structure

The objectives of the project are split into four mutually connected work packages (WP):

WP1 *time-independent problems*: analysis and error estimates of problem (1) with $\partial_t \theta(w) = 0$,

WP2 *time-dependent problems*: analysis and error estimates of problem (1) with $\partial_t \theta(w) \neq 0$,

WP3 *eigenvalue problems*: error estimates for problem (2) for a linear and symmetric operator L ,

WP4 *solution strategies*: including algebraic iterative solvers and adaptive methods.

Roughly speaking, results from WP1 will be employed in WP2 and WP3, solvers and adaptive methods developed in WP4 will be used in WP1 – WP3. Their description and mutual connections are given in Section B.

B. Work packages, conceptual and methodological approaches

Work Package 1 (WP1): Time-independent problems (WP leader VÍT DOLEJŠÍ)

Task 1.1 (T1.1): Analysis of nonlinear elliptic problems (M. Feistauer, M. Křížek, M. Vlasák, S. Congreve)

We consider (1) with $\partial_t \theta(w) = f = S = 0$. The presence of boundary corners, edges and points where different boundary conditions meet, leads to lower global regularity of the exact solutions and the decrease of the rate of the convergence. These situations were analyzed in the framework of conforming finite element methods (FEM), e.g., in [6–8]. This bottleneck can be overcome by a graded mesh refinement in a neighbourhood of singular boundary points, e.g. [9].

The case of nonlinear PDEs has not yet been analyzed in detail. We will deal with the analysis of FEM and DGM for nonlinear elliptic problems in domains with corners including mixed Dirichlet-Neumann-Newton boundary conditions. The main tools will be the concept of the Sobolev-Slobodetskii and weighted Sobolev

spaces together with the polynomial approximations of functions from these spaces. This approach was used in the case of linear elliptic problems, [10]. The achieved results will be employed in T2.1 and T4.1.

Task 1.2 (T1.2): Goal-oriented error estimates including algebraic errors (V. Dolejší, P. Tichý, J. Papež, O. Bartoš)

We consider (1) with $\partial_t \theta(w) = 0$. We are interested in goal-oriented error estimates where the aim is to estimate the error of a quantity of interest which is represented by a (linear or nonlinear) functional. These techniques are based on the solution of a second PDE problem given by the dual operator, cf. [11]. Goal-oriented error estimates including algebraic errors were studied for linear problems in [12] and for nonlinear ones in [13]. However, the presented numerical schemes are based on the alternating solution of the primal and dual problems which does not seem to us to be sufficiently efficient.

In [14], we solved a linear variant of (1) using a method which allows the simultaneous solution of the primal and dual problems. Employing a technique from [15], we are able to control the algebraic error. We plan to extend this approach to nonlinear problems. The use of a Newton-like method for the nonlinear algebraic systems gives immediate access to the discrete dual problem which in combination with our approach from [14] allows balancing also the errors from the outer (nonlinear) and inner (linear) algebraic iterations. We are inspired by ideas from [16], where the error in the fluxes (= dual norm of the residual) is estimated by the quasi-equilibrated flux technique. The resulting method will be used in T1.3 and partly in T2.6.

Task 1.3 (T1.3): Goal-oriented error estimates including mesh anisotropy (V. Dolejší, F. Roskovec, M. Křížek)

We consider (1) with $\partial_t \theta(w) = 0$. Many physically interesting problems involve solutions with interior or boundary layers (e.g., shock waves in fluid dynamics). A significant reduction of the degrees of freedom can be achieved by the use of anisotropic meshes (containing thin and long elements). In [17], we derived goal-oriented error estimates including anisotropy (size, shape and orientation) of mesh elements for linear problems discretized by an arbitrary high-degree approximation. These results generalized approaches from [18, 19] dealing with piecewise linear approximations.

We intend to extend these estimate to a nonlinear problem. The idea is to derive the residual form of the discretization allowing a separation for nonlinear residuals and linear weights. Then a modification of the approach from [17] can be employed. The achieved results will be the base of the adaptive method in T4.1.

Task 1.4 (T1.4): Error estimation for convection–diffusion problems (P. Knobloch, T. Vejchodský, B. She)

We consider (1) with $\theta = 0$, $K = \text{const}$ and linear f and S , i.e., a linear convection–diffusion–reaction equation. It is a widely used model problem for simulating convective and diffusive effects appearing in many important applications. Our aim is to derive robust a posteriori error estimates for stabilized finite element discretizations with respect to more appropriate norms (e.g., the SUPG norm or the maximum norm) than used in the literature [20, 21]. Corresponding results are rather rare and unsatisfactory [22, 23]. Furthermore, we intend to design and analyze a posteriori estimators for nonlinear discretizations which are essential to obtain accurate oscillation-free solutions and to define higher-order monotone methods. First (non-robust) results of this type were published in [24]. We suppose that some of the developed ideas would be applicable in T2.4.

Work Package 2 (WP2): Time-dependent problems (WP leader VÁCLAV KUČERA)

Task 2.1 (T2.1): Nonlinear parabolic problems with singular solutions (M. Feistauer, M. Vlasák, S. Congreve)

Employing results from T1.1, we extend the analysis to the nonstationary case of parabolic problems (i.e., (1) with $\theta(w) = w$ and $f = S = 0$). Again, we consider singularities in the solution arising on the boundary due to the presence of corners as well as edges and points where different types of boundary conditions meet. We discretize the problem by the space-time discontinuous Galerkin method (STDGM) using the discontinuous piecewise polynomial approximation with respect to space as well as time. We employ the tools developed in T1.1 based on the approximation theory of Sobolev-Slobodetskii spaces and our former technique from [4]. The developed techniques will be used in T2.2 and this task will influence mutually the research in T2.5.

Task 2.2 (T2.2): Nonlinear reaction-diffusion problems (M. Feistauer, M. Vlasák, B. She)

Discretization techniques and analysis will be applied to Cahn-Hilliard, Navier-Stokes/Cahn-Hilliard or Allen-Cahn models [25, 26] describing transition phenomena (problem (1) with $\theta(w) = w$, $f = 0$). These models were solved numerically, e.g., in [27, 28]. We plan to propose a suitable variant of STDGM and carry out a theoretical analysis of the developed schemes: analysis of stability and error estimates.

Task 2.3 (T2.3): Coupled nonlinear hyperbolic conservation laws (V. Kučera, L. Vacek)

We consider (1) with $\theta(w) = w$ and $K = S = 0$, which is the basic mathematical form of a conservation law. In one spatial dimension an interval is usually taken along with appropriate boundary conditions. A more

complex situation is considering such a problem on networks represented by a graph, where the conservation laws on individual edges are coupled by boundary conditions at common vertices. The theoretical analysis as well as construction of numerical schemes for such problems present severe challenges. As a model problem, one can consider e.g. traffic flows on networks of roads, [29]. We plan to focus on the construction and analysis of such problems, especially boundary conditions at various types of vertices in the graph along with numerical methods for the solution of such problems based on the DGM, which has so far only been considered in [30].

Furthermore, in certain situations it is more useful to consider microscopic models based on systems of ordinary differential equations corresponding to the macroscopic PDE model (1). We will consider the coupling of both approaches, cf. [31]. This leads to coupled partial-ordinary systems of nonlinear differential equations.

Task 2.4 (T2.4): Nonlinear convection-diffusion-reaction problems (V. Kučera, L. Vacek, P. Knobloch)

We consider (1) with $\theta(w) = w$ and $K = 0$, or $|K|$ very small. For such problems the DGM is well suited due to the occurrence of discontinuities and boundary layers in the solution. Classical analysis of DGM schemes for such problems relies on the presence of the diffusion term K , cf. [4]. When $K = 0$ or K small, the a priori analysis of DGM was performed in [32] and [33] for nonlinear problems. We plan to extend the analysis from the mentioned papers using the techniques of [34], where the time growth of the error of the DGM is analyzed for linear problems. Combining the two approaches would allow uniform bounds on the DGM error with respect to time to be obtained for nonlinear convective problems (f nonlinear). This is observed in practical computations, however, a proof is missing.

Task 2.5 (T2.5): Analysis of degenerate parabolic problems (V. Dolejší, M. Vlasák, S. Congreve, O. Bartoš, student 1)

Many physical phenomena, such as porous media flows, phase changes, etc. are described by nonlinear parabolic equations (eq. (1) with $f = S = 0$), which can degenerate ($\partial_t \theta(w) \rightarrow 0$ or $\partial_t \theta(w) \rightarrow \infty$ or $K \rightarrow 0$ locally). Then the equations become locally either elliptic or the diffusion can vanish. The possible degeneracy causes trouble in the construction of numerical methods as well as in the solution of arising algebraic systems. There exist many works dealing with the numerical solution of degenerate parabolic problems, e.g., [35–39].

In [40], we demonstrated the potential of the adaptive STDGM for the solution of degenerate parabolic problems but the analysis of this method is still open. The goal is to extend the analysis from the works cited above to STDGM employing experience with the solution of T2.1. Special attention has to be paid to the lack of regularity of the weak solution. The achieved results will be the starting point for T2.6.

Task 2.6 (T2.6): Error estimates for degenerate parabolic problems (V. Dolejší, S. Congreve, F. Roskovec, student 1)

An efficient adaptive method requires error estimates separating the space, time and algebraic errors. In [40], we developed residual based error estimates having good computational properties but no reliability. The goal of this task is to develop reliable and computationally cheap error estimates employing the approach from [38]. Further, we plan to develop a suitable nonlinear algebraic solver allowing to control the errors arising from the inner (linear) and outer (nonlinear) iterations, where the results from T1.2 will be employed.

Work Package 3 (WP3): Eigenvalue problems (WP leader TOMÁŠ VEJCHODSKÝ)

This WP deals with problem (2) with a symmetric elliptic differential operator L corresponding to the left-hand side of (1) with $\partial_t \theta(w) = f = 0$, $K(w, \nabla w) = \text{const.}$ and $S(w)$ being linear.

Task 3.1 (T3.1): Guaranteed error bounds for eigenfunctions (T. Vejchodský, P. Tichý, J. Papež)

Any conforming numerical method, such as the standard finite element method, approximates eigenvalues of L from above. Computing lower bounds is a surprisingly difficult problem studied for almost a century. The bound of Temple (1928), was generalized by Weinstein (1937) and improved by Kato (1949) and Lehmann (1949), who came up with optimally accurate bounds. Goerisch (1985) made these bounds fully computable. These bounds are based on conforming approximations of eigenfunctions and rely on certain a priori information about the exact spectrum.

We plan to use these ideas and proof techniques to derive guaranteed error bounds for the corresponding eigenfunctions. Such bounds are difficult to obtain, [41], because eigenfunctions are ill posed (sensitive to small perturbations of the problem) in the case of tight clusters and multiple eigenvalues. To overcome this difficulty, we will estimate the error of the entire subspaces of eigenfunctions. Guaranteed lower bounds on eigenvalues are closely related to a posteriori error analysis in T1.2–1.4 and we expect synergy effects by exchanging ideas.

Task 3.2 (T3.2): Lower bounds on eigenvalues by DGM (T. Vejchodský, V. Dolejší, J. Papež)

After completing T3.1, we will concentrate on a recently published lower bound on eigenvalues based on an explicitly known estimate of an interpolation constant for nonconforming FEM [42, 43]. This bound does not need any a priori information about the exact spectrum, but the required explicit estimates of the interpolation constant are known for simple problems (e.g. Laplace operator) and the lowest order methods only.

We plan to study this type of eigenvalue bounds in the context of DGM which, as a nonconforming method, has the potential to provide lower bounds on eigenvalues. We will investigate possibilities how to obtain the needed explicit bound on the interpolation constant. We believe that this is the way to overcome the limitations of the existing approach and derive more accurate and widely applicable bounds. This task will benefit from the expertise of team members on both the DGM and eigenvalue problems.

Task 3.3 (T3.3): *Adaptivity for eigenvalue problems* (T. Vejchodský, P. Kůs, J. Šístek, M. Křížek)

Combining results of T3.1, T3.2 and T4.5, we will develop an efficient mesh adaptive method for computing several eigenvalues and eigenfunctions of operator L . Estimates in T3.1 are computed from a flux reconstruction, which provides accurate error indicators for the adaptive mesh refinement virtually for free. These indicators will be straightforwardly applied in the efficient mesh adaptation procedure developed in T4.5.

Successful application of this approach requires an eigenvalue solver, which may be based on the inverse power iterations as in [44, 45] and methods for recycling the Krylov subspace. We will utilize the domain decomposition method for adaptively refined meshes from T4.5. An advantage is that the required flux reconstruction can be efficiently computed using the same decomposition on subdomains. Alternatively, we will test the combination of the adaptive method with a matrix-free approach for computing eigenvalues as the LOBPCG method [46].

Work Package 4 (WP4): *Solution strategies* (WP leader MIROSLAV ROZLOŽNÍK)

Task 4.1 (T4.1): *Anisotropic mesh adaptation* (V. Dolejší, S. Congreve, O. Bartoš, F. Roskovec, student 1)

As mentioned in T1.3, the use of anisotropic meshes can significantly reduce the number of degrees of freedom. In recent years, we developed this subject (together with the *hp*-adaptation) in [47, 48]. Although the presented results demonstrate the benefits of the use of anisotropic *hp*-meshes, a deeper theoretical insight in this approach is open. The goal of this task is to determine a technique which guarantees the optimality of the resulting *hp*-anisotropic meshes at least in a weaker sense (e.g., the continuous mesh and error models from [48]). The outputs from T1.1 (concerning the rate of convergence) and from T1.3 (concerning the error estimates including mesh anisotropy) will be employed. This Task has an impact on T4.2 and T4.5 dealing with solvers for algebraic systems corresponding to anisotropic meshes.

Task 4.2 (T4.2): *Algebraic solvers for anisotropic meshes* (M. Rozložník, P. Tichý, J. Papež)

The computations on anisotropically adapted meshes require appropriate iterative algebraic solvers. In order to be efficient, the algebraic solvers should exploit the nature of the given problem. For example, in [49] we study linear systems with highly nonnormal matrices, obtained from discretizations of one-dimensional singularly perturbed convection-diffusion equations on a Shishkin mesh. Shishkin mesh discretization naturally leads to a decomposition of the domain. While the very popular GMRES method applied to the resulting system almost stagnates, we developed a preconditioner based on the algebraic multiplicative Schwarz method such that the preconditioned GMRES converges in two steps. One of our aims is to generalize these results to higher dimensions and more complicated meshes.

In this project, we would like not only to develop robust preconditioners for the GMRES method which would respect the nature of the underlying problem, but similarly to [50], we also want to study its convergence behaviour in selected model examples of linear systems that arise in the above mentioned discretizations of various time-independent linear and nonlinear elliptic equations; see tasks in WP1.

Task 4.3 (T4.3): *Algebraic error estimation* (P. Tichý, M. Rozložník, J. Papež)

The whole process of the numerical solution of PDEs should be balanced in terms of algebraic and discretization errors. Hence, the algebraic error should definitely be included into a posteriori error estimates. In this part of the project, we want to estimate convergence characteristics of linear algebraic solvers which correspond to the algebraic error in the context of numerical solving of PDEs. In particular, based on our previous work [51–53], we intend to improve estimates of the A -norm of the error in the conjugate gradient method, and also approximations to the so-called scattering amplitude (the scalar product of the solution of a linear system and the right-hand side vector of the adjoint system) using the biconjugate gradient method [15]. Note that the last mentioned topic is closely related to the goal-oriented error estimates in T1.2. Approximation of other convergence characteristics in various algebraic solvers will also be investigated.

Task 4.4 (T4.4): Numerical behaviour of (inexact) iterative methods (M. Rozložník, P. Tichý, J. Papež)

The solution of the arising large sparse matrix problems can be very expensive and time-consuming. Therefore, in practice, some relaxations of the methods described in other Tasks are necessary in various stages of computation. Usually, solutions of certain subproblems are intentionally approximated with an inexact process very often represented by some iterative method that is terminated with a prescribed tolerance level. Additionally, the effects of finite precision arithmetic also have to be taken into account. Summarizing, one has to be aware that there are certain limitations of such relaxation strategies. Indeed, one must expect that inexact computations can lead to convergence delay and to limitations on the maximum attainable accuracy of computed approximate solutions [54, 55].

We will study the numerical behavior of iterative algebraic solvers, in which the errors (either due to rounding errors or due to intentional approximation) occur in both the matrix-vector products and the orthogonalization process. This allows us to apply the standard backward error approach, providing a framework for showing implementations of inexact GMRES method to be backward stable, and determining bounds on the maximum allowable inexactness such that backward stability is maintained.

Task 4.5 (T4.5): Domain decomposition methods for adaptively refined meshes (J. Šístek, P. Kůs)

Another open challenging problem related to adaptive methods is their efficient parallelization. To balance load, it is essential to redistribute work among subdomains during the adaptivity process. In our previous work [56], we have combined an approach based on space-filling curves (using the *p4est* mesh manager) with the multilevel Balancing Domain Decomposition Based on Constraints (BDDC) [57]. We were able to achieve good scalability on a large HPC system and successfully solved problems using an adaptive higher-order FEM mesh reaching 1 billion unknowns. Nevertheless, the approach has its drawbacks from the domain decomposition perspective. Namely, most subdomains (and their interface) change at every rebalancing. In the BDDC algorithm, a relatively expensive setup of forming the local Schur complements at the interface and computing the coarse basis functions on each subdomain needs to be performed as soon as the interface changes. Hence, no data can be reused.

In this project, we will investigate a different approach of balancing the adaptive computation and solving the arising algebraic system. Instead of modifying all subdomains, we want to introduce new subdomains into the computation containing the newly created elements, and modify only their neighbouring subdomains. The new subdomains will be distributed among the available processes, reusing most of the available components at the other subdomains.

Task 4.6 (T4.6): Synergy and assessment of the results (all team members)

This task will conclude the whole project by evaluating and critical assessment of the achieved results in the particular tasks. The aim is to identify the best solution strategy for each of the problems (1) and (2) treated in WP1 – WP3 by themselves or in connection to WP4. Furthermore, we will identify and discuss common ideas and concepts in the theoretical analysis as well as design and implementation of the numerical methods across all the work packages. We expect this to open new possibilities for future research beyond the scope of the proposed project.

Expected results and time schedule

We expect that the solution of each Task will lead to at least one journal paper (the exception is T4.6 where the prediction is difficult). Taking our former CSF projects into account, the realistic plan is about 40 journal papers for the 3-years project. The approximate planned time schedule is presented in the following table.

		2020	2021	2022
WP 1	T1.1			
	T1.2			
	T1.3			
	T1.4			
WP 2	T2.1			
	T2.2			
	T2.3			
	T2.4			
	T2.5			
	T2.6			
WP 3	T3.1			
	T3.2			
	T3.3			
WP 4	T4.1			
	T4.2			
	T4.3			
	T4.4			
	T4.5			
	T4.6			

C. International cooperation

An international scientific cooperation will play an important role in the solution of the project. It will be based on long-time partnerships with a series of institutions and working contacts with concrete researchers in a number of countries. In particular, we will cooperate with the universities (professors) in Stuttgart (Ch. Rohde, A.-M. Sändig), Göttingen (G. Lube), Trento (M. Dumbser), Nottingham (P. Houston), Wien (I. Perugia), WIAS Berlin (V. John), TU Berlin (J. Liesen), Tsukuba (K. Morikuni), Cambridge (F. Cirak), Temple Univ. (D. B. Szyld), University of Strathclyde, Glasgow (G. Barrenechea), INRIA Paris (M. Vohralík), Paris Est CER- MICS (A. Ern), RWTH Aachen (G. May), Helsinki (A. Hannukainen), Brown University (C.-W. Shu), University of Nevada in Reno, USA (P. Solin), Niigata (X. Liu), Amsterdam (J. Brandts) and others.

D. Conditions for the realization of the project

Role of the co-applicant

The project involves two institutions, namely *Charles University, Faculty of Mathematics and Physics, Prague* (FMP CUNI) and *Institute of Mathematics of the Czech Academy of Science* (IM CAS), whose researchers have mutually close scientific interests. The members of both teams have active research contacts lasting many years, they meet weakly at the Seminar of Numerical Mathematics in FMP CUNI and other events organized by both institutions or third parties. Therefore, it is natural to merge the efforts of members of both institutions. The role of each team member involved in the project was given in Section B and is summarized in Section E.

Infrastructure and equipment of institutions

Both institutions (FMP CUNI, IM CAS) are very well equipped with all necessary modern facilities, including libraries with access to journals, computers, printers and software. For the numerical experiments of T4.5, the team of IM CAS has a free access to parallel computers at the Supercomputing Centre of the Czech Technical University in Prague, such as the SGI Altix with 72 processors. In addition, the team at IM CAS will apply for computing time on the Salomon supercomputer at the IT4Innovations National Supercomputing Centre where runs with up to 10 thousand processors can be performed.

E. Team members¹ and their project activities

Team consists of 18 peoples including 2 postdocs and 3 PhD students.

• Charles University, Faculty of Mathematics and Physics, Prague

Vít Dolejší (*1971; *h*-index 14; 479 citations; ResearcherID C-2153-2017, Scopus ID: 6701920173) full professor, specialist in adaptive methods for PDEs, author of 1 monograph and more than 50 journal papers.

Miloslav Feistauer (*1943; *h*-index 22; 921 citations; ResearcherID P-5013-2017, Scopus ID: 6603868790) full professor, specialist in numerical mathematics and mathematical methods in fluid dynamics, author of 3 monographs, more than 110 journal papers, since 1993 main researcher of Czech Science Foundation projects.

Petr Knobloch (*1970; *h*-index 10; 341 citations; ResearcherID A-9735-2010, Scopus ID: 6603862118) associate professor, specialist in numerical methods for PDEs, author of more than 40 journal papers.

Petr Tichý (*1973; *h*-index 7; 153 citations; ResearcherID C-6224-2014, Scopus ID: 57203854177) associate professor, specialist in numerical linear algebra, convergence of iterative solvers, rounding error analysis, author of 20 journal papers.

Václav Kučera (*1980; *h*-index 9; 204 citations; ResearcherID D-3469-2012, Scopus ID: 24449112700) associate professor, specialist in numerical methods for PDEs, author of 18 journal papers.

Miloslav Vlasák (*1981; *h*-index 4; 38 citations; ResearcherID C-2140-2017, Scopus ID: 24778859900) assistant professor, specialist in numerical analysis and parabolic problems, author of 7 journal papers.

Scott Congreve (*1985; *h*-index 3; 18 citations; Scopus ID: 55376713400) assistant professor, specialist in higher order discretization of PDEs, author of 7 journal papers.

Filip Roskovec (*1990; *h*-index 1; 4 citations) currently a PhD student of the 5th year at FMP CUNI, supervisor V. Dolejší, PhD defence planned in summer 2019, then postdoctoral position, author of 3 journal papers.

Lukáš Vacek (*1992) PhD student of the 1st year at FMP CUNI, supervisor V. Kučera.

Ondřej Bartoš (*1993) PhD student of the 2nd year at FMP CUNI, supervisor V. Dolejší.

¹The number of citations (**without self-citations**) and *h*-index were determined according to ISI Web of Knowledge database, as of 20 February 2019.

Student 1 a good candidate is Ivan Galfy, master student of the 2nd year at FMP CUNI, supervisor V. Dolejší.

• **Institute of Mathematics of the Czech Academy of Science**

Tomáš Vejchodský (*1976; h -index 10; 197 citations; ResearcherID D-5142-2014, Scopus ID: 19338029300) researcher and deputy director of the IM CAS, specialist on error bounds for elliptic eigenvalue problems, author of more than 30 journal papers.

Michal Křížek (*1952; h -index 19; 999 citations; ResearcherID D-5137-2014, Scopus ID: 7005616115) senior researcher, specialist in numerical analysis and FEMs, author of 10 monographs and 144 journal papers.

Miroslav Rozložník (*1969; h -index 11; 382 citations; ResearcherID A-7240-2014, Scopus ID: 6603093562) research fellow, associate professor, specialist in numerical linear algebra, saddle-point problems and rounding error analysis, author of one book and 40 journal papers.

Jakub Šístek (*1981; h -index 7; 102 citations; ResearcherID D-5141-2014, Scopus ID: 10838822200) researcher, specialist on domain decomposition methods and parallel computing, author of 19 journal papers.

Pavel Kůs (*1982; h -index 6; 132 citations; ResearcherID H-4757-2013, Scopus ID: 24477723900) researcher, specialist in high performance computing, parallel eigenvalue solvers, author of 14 journal papers.

Bangwei She (*1987; h -index 1; 6 citations; ResearcherID P-4304-2017, Scopus ID: 55047690100) young researcher, specialist in numerical methods for fluid problems, numerical analysis, author of 6 journal papers.

Jan Papež (*1987; h -index 2; 6 citations; ResearcherID G-1845-2014, Scopus ID: 56102210600) postdoc, specialist on numerical linear algebra and scientific computing, error estimates, author of 4 journal papers.

The following table summarize the project activity for each team member.

		major expertise	activities in the project	capacity
FMP CUNI	V. Dolejš ¹	PDE discretization, adaptivity	T1.2, T1.3, T2.5, T2.6, T3.2, T4.1, T4.6	30%
	M. Feistauer	numerical analysis of PDEs	T1.1, T2.1, T2.2, T4.6	20%
	P. Knobloch	numerical analysis of PDEs	T1.4, T2.4, T4.6	10%
	P. Tichý	numerical linear algebra	T1.2, T3.1, T4.2, T4.3, T4.4, T4.6	20%
	V. Kučera	PDE discretization, computing	T2.3, T2.4, T4.6	20%
	M. Vlasák	numerical analysis of PDE	T1.1, T2.1, T2.2, T2.5, T4.6	15%
	S. Congreve	PDE discretization, computing	T1.1, T2.1, T2.5, T2.6, T4.1, T4.6	20%
	F. Roskovec	programming of PDE	T1.3, T2.6, T4.1, T4.6	20%
	L. Vacek	programming of PDE	T2.3, T2.4, T4.6	150 h.
	O. Bartoš	PDE discretization	T1.2, T2.5, T4.1, T4.6	150 h.
	student 1	programming of PDE	T2.5, T2.6, T4.1, T4.6	100 h.
IM CAS	T. Vejchodský	eigenvalue problems	T1.4, T3.1, T3.2, T3.3, T4.6	25%
	M. Křížek	numerical analysis of PDE	T1.1, T1.3, T3.3, T4.6	10%
	M. Rozložník	numerical linear algebra	T4.2, T4.3, T4.4, T4.6	20%
	J. Šístek	domain decomposition methods	T3.3, T4.5, T4.6	20%
	P. Kůs	theory of parallel computing	T3.3, T4.5, T4.6	20%
	B. She	PDE discretization, computing	T1.4, T2.2, T4.6	10%
	J. Papež	numerical linear algebra	T1.2, T3.1, T3.2, T4.2, T4.3, T4.4, T4.6	100%

F. References

- [1] I. Babuška and M. Suri. The p - and hp - versions of the finite element method. An overview. *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, 80:5–26, 1990.
- [2] B. Rivière. *Discontinuous Galerkin Methods for Solving Elliptic and Parabolic Equations: Theory and Implementation*. Frontiers in applied mathematics. SIAM, 2008.
- [3] D. Di Pietro and A. Ern. *Mathematical Aspects of Discontinuous Galerkin Methods*. Mathématiques et Applications 69. Springer Berlin Heidelberg, 2012.
- [4] V. Dolejší and M. Feistauer. *Discontinuous Galerkin Method – Analysis and Applications to Compressible Flow*. Springer Series in Computational Mathematics 48. Springer, Cham, 2015.
- [5] M. Arioli, J. Liesen, A. Miedlar, and Z. Strakoš. Interplay between discretization and algebraic computation in adaptive numerical solution of elliptic PDE problems. *GAMM-Mitt.*, 36(1):102–129, 2013.
- [6] S. C. Brenner and R. L. Scott. *The Mathematical Theory of Finite Element Methods*. Springer, New York, 1994.

- [7] M. Feistauer. On the finite element approximation of functions with noninteger derivatives. *Numer. Funct. Anal. and Optimiz.*, 10:91–110, 1989.
- [8] A. Hannukainen, S. Korotov, and M. Křížek. The maximum angle condition is not necessary for convergence of the finite element method. *Numer. Math.*, 120(1):79–88, 2012.
- [9] T. Apel, A.-M. Sändig, and J. R. Whiteman. Graded mesh refinement and error estimates for finite element solutions of elliptic boundary value problems in non-smooth domains. *Math. Meth. Appl. Sci.*, 19:63–85, 1996.
- [10] M. Feistauer and A.-M. Sändig. Graded mesh refinement and error estimates of higher order for DGFE solutions of elliptic boundary value problems in polygons. *Numer. Methods Partial Differential Equations*, 28(4):1124–1151, 2012.
- [11] R. Becker and R. Rannacher. An optimal control approach to a posteriori error estimation in finite element methods. *Acta Numerica*, 10:1–102, 2001.
- [12] D. Meidner, R. Rannacher, and J. Vihharev. Goal-oriented error control of the iterative solution of finite element equations. *J. Numer. Math.*, 17:143, 2009.
- [13] R. Rannacher and J. Vihharev. Adaptive finite element analysis of nonlinear problems: balancing of discretization and iteration errors. *J. Numer. Math.*, 21:23, 2013.
- [14] V. Dolejší and P. Tichý. On efficient numerical solution of linear algebraic systems arising in goal-oriented error estimates. (*in preparation*).
- [15] Z. Strakoš and P. Tichý. On efficient numerical approximation of the bilinear form $c^* A^{-1} b$. *SIAM J. Sci. Comput.*, 33(2):565–587, 2011.
- [16] A. Ern and M. Vohralík. Adaptive inexact Newton methods with a posteriori stopping criteria for nonlinear diffusion PDEs. *SIAM J. Sci. Comput.*, 35(4):A1761–A1791, 2013.
- [17] V. Dolejší, G. May, A. Rangarajan, and F. Roskovec. A goal-oriented high-order anisotropic mesh adaptation discontinuous Galerkin method for linear convection-diffusion-reaction problems. *SIAM J. Sci. Comput.* (accepted).
- [18] L. Formaggia and S. Perotto. Anisotropic error estimates for elliptic problems. *Numer. Math.*, 94(1):67–92, 2003.
- [19] J. Carpio, J. Prieto, and R. Bermejo. Anisotropic ”goal-oriented” mesh adaptivity for elliptic problems. *SIAM J. Sci. Comput.*, 35(2):A861–A885, 2013.
- [20] L. Tobiska and R. Verfürth. Robust *a posteriori* error estimates for stabilized finite element methods. *IMA J. Numer. Anal.*, 35(4):1652–1671, 2015.
- [21] M. Eigel and C. Merdon. Equilibration *a posteriori* error estimation for convection-diffusion-reaction problems. *J. Sci. Comput.*, 67(2):747–768, 2016.
- [22] V. John and J. Novo. A robust SUPG norm *a posteriori* error estimator for stationary convection-diffusion equations. *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, 255:289–305, 2013.
- [23] L.-B. Liu and Y. Chen. A posteriori error estimation in maximum norm for a strongly coupled system of two singularly perturbed convection-diffusion problems. *J. Comput. Appl. Math.*, 313:152–167, 2017.
- [24] A. Allendes, G. R. Barrenechea, and R. Rankin. Fully computable error estimation of a nonlinear, positivity-preserving discretization of the convection-diffusion-reaction equation. *SIAM J. Sci. Comput.*, 39(5):A1903–A1927, 2017.
- [25] J. W. Cahn and J. Hilliard. Free energy of a non-uniform system. I. interfacial free energy. *J. Chem. Phys.*, 28:250–267, 1958.
- [26] S. Allen and J. Cahn. A microscopic theory of antiphase boundary motion and its application to antiphase domain coarsening. *Acta Metall*, 28:1084–1095, 1958.
- [27] D. Kay, V. Styles, and E. Suli. Discontinuous Galerkin finite element approximation of the Cahn-Hilliard equation with convection. *SIAM J. Numer. Anal.*, 47:2660–2685, 2009.
- [28] T. Zhang and Q. Wang. Cahn-Hilliard vs singular Cahn-Hilliard equations in phase field modeling. *Commun. Comput. Phys.*, 7:362–382, 2010.
- [29] M. Garavello and B. Piccoli. *Traffic flow on networks*. American Institute of Mathematical Sciences, 2006.
- [30] S. Čanič, B. Piccoli, J. Qiu, and T. Ren. Runge-Kutta discontinuous Galerkin method for traffic flow model on networks. *J. Sci. Comput.*, 63(1):233–255, 2015.
- [31] F. Marcellini. ODE-PDE models in traffic flow dynamics. *F. Bull. Braz. Math. Soc.*, 47:533–544, 2016.
- [32] Q. Zhang and C.-W. Shu. Error estimates to smooth solutions of Runge-Kutta discontinuous Galerkin

- methods for scalar conservation laws. *SIAM J. Numer. Anal.*, 42:641–666, 2004.
- [33] V. Kučera. On diffusion-uniform error estimates for the DG method applied to singularly perturbed problems. *IMA J. Numer. Anal.*, 34(2):820–861, 2014.
 - [34] V. Kučera and C.-W. Shu. On the time growth of the error of the DG method for advective problems. *IMA J. Numer. Anal.*, to appear.
 - [35] R. H. Nochetto and C. Verdi. Approximation of degenerate parabolic problems using a numerical integration. *SIAM J. Numer. Anal.*, 25(4):784–814, 1988.
 - [36] F. Radu, I. Pop, and P. Knabner. Error estimates for a mixed finite element discretization of some degenerate parabolic equations. *Numer. Math.*, 109(2):285–311, 2008.
 - [37] C. Woodward and C. Dawson. Analysis of expanded mixed finite element methods for a nonlinear parabolic equation modeling flow into variably saturated porous media. *SIAM J. Numer. Anal.*, 37(3):701–724, 2000.
 - [38] M. Vohralík and M. Wheeler. A posteriori error estimates, stopping criteria, and adaptivity for two-phase flows. *Comput. Geosci.*, 17(5):789–812, 2013.
 - [39] P. Bastian. A fully-coupled discontinuous Galerkin method for two-phase flow in porous media with discontinuous capillary pressure. *Comput. Geosci.*, 18(5):779–796, 2014.
 - [40] V. Dolejší, M. Kuráž, and P. Solin. Adaptive higher-order space-time discontinuous Galerkin method for the computer simulation of variably-saturated porous media flows. *Appl. Math. Model.*, (in press).
 - [41] E. Cancès, G. Dusson, Y. Maday, B. Stamm, and M. Vohralík. Guaranteed and robust a posteriori bounds for Laplace eigenvalues and eigenvectors: a unified framework. *Numer. Math.*, 140(4):1033–1079, 2018.
 - [42] C. Carstensen and J. Gedicke. Guaranteed lower bounds for eigenvalues. *Math. Comp.*, 83(290):2605–2629, 2014.
 - [43] X. Liu. A framework of verified eigenvalue bounds for self-adjoint differential operators. *Appl. Math. Comput.*, 267:341–355, 2015.
 - [44] P. Avery, C. Farhat, and G. Reese. Fast frequency sweep computations using a multi-point Padé-based reconstruction method and an efficient iterative solver. *Int. J. Numer. Meth. Engng.*, 69:2848–2875, 2007.
 - [45] C. Farhat, L. Crivelli, and F. X. Roux. Extending substructure based iterative solvers to multiple load and repeated analyses. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 117:195–209, 1994.
 - [46] A. V. Knyazev. Toward the optimal preconditioned eigensolver: locally optimal block preconditioned conjugate gradient method. *SIAM J. Sci. Comput.*, 23(2):517–541, 2001.
 - [47] V. Dolejší. Anisotropic hp -adaptive method based on interpolation error estimates in the L^q -norm. *Appl. Numer. Math.*, 82:80–114, 2014.
 - [48] V. Dolejší, G. May, and A. Rangarajan. A continuous hp -mesh model for adaptive discontinuous Galerkin schemes. *Appl. Numer. Math.*, 124:1–21, 2018.
 - [49] C. Echeverría, J. Liesen, D. B. Szyld, and P. Tichý. Convergence of the multiplicative Schwarz method for singularly perturbed convection-diffusion problems discretized on a Shishkin mesh. *Electron. Trans. Numer. Anal.*, 48:40–62, 2018.
 - [50] J. Liesen and Z. Strakoš. GMRES convergence analysis for a convection-diffusion model problem. *SIAM J. Sci. Comput.*, 26(6):1989–2009, 2005.
 - [51] Z. Strakoš and P. Tichý. On error estimation in the conjugate gradient method and why it works in finite precision computations. *Electron. Trans. Numer. Anal.*, 13:56–80 (electronic), 2002.
 - [52] G. Meurant and P. Tichý. Approximating the extreme Ritz values and upper bounds for the A -norm of the error in CG. *Numer. Algorithms*, (first online), 2018.
 - [53] J. Papež, Z. Strakoš, and M. Vohralík. Estimating and localizing the algebraic and total numerical errors using flux reconstructions. *Numer. Math.*, 138(3):681–721, 2018.
 - [54] V. Simoncini and D. Szyld. Theory of inexact Krylov subspace methods and applications to scientific computing. *SIAM J. Sci. Comput.*, 25(2):454–477, 2003.
 - [55] J. van den Eshof and G. Sleijpen. Inexact Krylov subspace methods for linear systems. *SIAM J. Matrix Anal. Appl.*, 26(1):125–153, 2004.
 - [56] P. Kůs and J. Šístek. Coupling parallel adaptive mesh refinement with a nonoverlapping domain decomposition solver. *Adv. Engng. Softw.*, 110:34–54, 2017.
 - [57] B. Sousedík, J. Šístek, and J. Mandel. Adaptive-Multilevel BDDC and its parallel implementation. *Computing*, 95(12):1087–1119, 2013.